

# 相干信号联合波达角 $\theta$ 频率估计的 一种新型预处理方法

易辉跃, 周希朗, 宫新保

(上海交通大学电子工程系, 上海 200030)

**摘 要:** 本文有效地将一维中的前向/后向空间平滑技术扩展到二维中的时空阵列数据矩阵, 提出了一种用于相干信号联合波达角 $\theta$ 频率估计的新型预处理方法. 本文详细地分析了如何构造前向/后向平滑时空阵列数据矩阵, 导出了确保信号波达角 $\theta$ 频率参数可分辨应满足的条件. 与仅利用前向空间平滑的现有预处理方法不同, 本文的预处理方法同时利用前向和后向空间平滑, 因而提高了阵元的利用率, 使联合波达角 $\theta$ 频率估计的性能明显提高.

**关键词:** 相干信号; 时空阵列数据矩阵; 前向/后向空间平滑

**中图分类号:** TN911.7      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2004) 06-0952-03

## A New Preprocessing Method for Joint DOA $\theta$ Frequency Estimation in the Presence of Coherent Signals

YI Hu $\dot{y}$ ue, ZHOU Xi $\dot{l}$ ang, GONG Xin $\dot{b}$ ao

(Dept. of Electronic Eng., Shanghai Jiaotong Univ., Shanghai 200030, China)

**Abstract:** A new preprocessing method is proposed for joint direction $\theta$ of arrival and frequency estimation in the presence of coherent signals by effectively extending the forward/backward spatial smoothing technique in the 1D case to the spatiotemporal array data matrix in the 2D case. This paper analyzes in detail how to construct the forward/backward smoothed spatiotemporal array data matrix and the conditions under which the identifiability of signal parameters is guaranteed. Unlike the existing methods using only the forward spatial smoothing technique, the performance of the proposed method is greatly improved due to utilizing both the forward and backward spatial smoothing technique. It requires few sensors, exhibits high accuracy and resolution and performs well under low signal-to-noise ratio (SNR).

**Key words:** coherent signals; spatiotemporal array data matrix; forward/backward spatial smoothing

### 1 引言

近些年来, 波达角 $\theta$ 频率的同时估计问题一直是阵列信号处理领域的一个研究热点, 它被广泛应用于雷达、电子对抗、声纳以及移动通信系统等方面. 目前人们已经提出了大量的波达角 $\theta$ 频率同时估计方法<sup>[1~6]</sup>. 文献[1]提出了利用时空阵列中的多不变性进行波达角 $\theta$ 频率的同时估计; 文献[2]提出了波达角 $\theta$ 频率同时估计的状态空间实现方法; 文献[3]提出了利用高分辨率 ESPRIT 的联合角 $\theta$ 频率估计 (JAFE) 方法; 文献[4]则提出了利用时空欠采样的频率和二维波达角的实时估计方法. 然而在部分相关或相干信号环境中, 上述方法的性能都将下降或失效. 为解决相干信号环境中信号波达角 $\theta$ 频率的同时估计问题, 人们提出了许多改进方案. 其中较为典型的是采用时空平滑预处理方案, 如文献[5]中的时空平滑数据矩阵法和文献[6]中的平滑波达方向矩阵法. 然而, 上述两种方法在构造时空平滑数据矩阵时, 实质上只利用了前向空间平滑, 没有同时利用前向空间平滑和后向空间平滑, 因而所

需的阵元数较多, 估计性能较差.

为了提高阵元的利用率, 本文将文献[8]中的前向/后向空间平滑技术扩展到时空阵列数据矩阵, 分析如何构造前向/后向平滑时空阵列数据矩阵以及确保信号波达角 $\theta$ 频率可分辨应满足的条件. 由于本文的方法同时利用了前向和后向空间平滑, 因而其性能明显优于现有的其他方法. 仿真结果表明, 该方法不仅具有更高的分辨率和估计精度, 而且所需的阵元数明显减少, 同时在低信噪比下同样具有优良的性能.

### 2 理论分析

#### 2.1 数学模型

假定有  $p$  个远场窄带信号源入射到由  $M$  阵元构成且相邻阵元间距为  $d$  的均匀线阵上, 其复包络和入射角分别为  $s_i(t)$  和  $H_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ . 假设所考察频带的中心频率为  $f_0$ , 第  $i$  个源的载频为  $f_0 + f_i$ , 则解调至中频后, 第  $i$  个信号的频率为  $f_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ . 并假设各阵元的输出噪声为复高斯白噪声, 相互独立, 均值为零, 方差为  $R^2$ , 且与信号不相关. 于是, 阵列

$$x(t) = \sum_{i=1}^p A(H_i) e^{j2\pi f_i t} s_i(t) + n(t) \quad (1)$$

式中  $A(H) = [1 \ e^{j2\pi \text{dsin}(H)/K_0} \ , \ e^{j2\pi(M-1)\text{dsin}(H)/K_0}]^T$  为阵列流形矢量, 其中  $K_0$  为对应于中心频率  $f_0$  的波长, 上标  $T$  表示转置;  $n(t)$  为噪声矢量. 以采样率  $F_s$  对阵列输出采样, 则阵列输出数据样本可表示为

$$x(\frac{n}{F_s}) = A5^n s(\frac{n}{F_s}) + n(\frac{n}{F_s}) \quad (2)$$

式中,  $A = [A(H_1), A(H_2), \dots, A(H_p)]$ ,  $5 = \text{diag}\{\zeta_i\}_{i=1}^p$ ,  $\zeta_i = e^{j2\pi f_i/F_s}$ ,  $s(t)$  为信号矢量. 同文献[5]类似, 利用式(2)中连续的数据样本, 并由窄带信号假设, 即  $s(t)U s(t+1/F_s)U, U s(t+(m-1)/F_s)$ , 可构造以下时2空阵列数据矩阵:

$$X = \begin{bmatrix} A \\ A5 \\ \vdots \\ A5^{m-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s(0) \\ 5s(1/F_s) \\ \vdots \\ 5^{N-1}s(N/F_s) \end{bmatrix} + n_x \quad (3)$$

$$= 8_m S + n_x$$

式中,  $n_x$  为  $mM @ N$  维噪声矩阵,  $8_m = [A^T \ (A5)^T \ \dots \ (A5^{m-1})^T]^T$  为  $mM @ p$  维矩阵,  $8_m$  称为时2空阵列流形矩阵, 起到时2空/信号子空间0的作用.

2.1.2 时2空阵列数据的前向/后向空间平滑预处理

上述数学模型包含文献[3]中 JAFE 算法所要求的双重移不变特性, 因此可利用 JAFE 算法估计信号的波达角2频率. 然而, 当存在信号相干时, 时2空/信号子空间0产生秩亏缺, 其秩不再为  $p$ , 这意味着 JAFE 算法将失效. 为利用 JAFE 算法估计信号参数, 本文将文献[8]提出的前向/后向空间平滑预处理技术扩展到时2空阵列数据矩阵. 将  $M$  阵元均匀线阵分成  $L$  个前向/后向重叠子阵, 且各子阵由  $M_L = M - L + 1$  个阵元构成. 为便于导出前向/后向空间平滑时2空阵列数据矩阵, 将时2空阵列数据模型式(3)写成

$$X = [X_1^T \ X_2^T \ \dots \ X_m^T]^T + n_x \quad (4)$$

式中  $X_1 = AS, X_2 = A5^1 S, \dots, X_m = A5^{m-1} S$ . 仿照文献[8]的推导思路, 对  $X_1, X_2, \dots, X_m$  分别进行前向/后向空间平滑, 可得:

$$\begin{cases} X_1^f = A_1 5^{L-1} [S, (S, (S^2, \dots, (L-1)S)] \\ X_1^b = A_1 5^{m-L} [({}^{L-1}M_5^{-1}MS^*, ({}^{L-2}M_5^{-1}MS^*, \dots, ({}^{L-M_5^{-1}}M_5^{-1}MS^*)] \\ \vdots \\ X_m^f = A_m 5^{L-1} [S, (S, (S^2, \dots, (L-1)S)] \\ X_m^b = A_m 5^{m-L} [({}^{L-1}M_5^{-1}MS^*, ({}^{L-2}M_5^{-1}MS^*, \dots, ({}^{L-M_5^{-1}}M_5^{-1}MS^*)] \end{cases} \quad (5)$$

式中  $A_i$  由  $A$  的前  $M_L$  行构成,  $(\cdot) = \text{diag}\{U_i\}_{i=1}^p$ ,  $U_i = e^{j2\pi \text{dsin}(H_i)/K_0}$ , 上标\* 表示共轭算子. 当不考虑噪声  $n_x$  时, 前向与后向平滑时2空阵列数据矩阵分别构造为

$$X_S^f = [(X_1^f)^T (X_2^f)^T \ \dots \ (X_m^f)^T]^T = 8c_m [S, (S, \dots, (L-1)S)] \quad (6)$$

$$X_S^b = [(X_m^b)^T (X_{m-1}^b)^T \ \dots \ (X_1^b)^T]^T = 8c_m [({}^{L-1}M_5^{-1}MS^*, \dots, ({}^{L-M_5^{-1}}M_5^{-1}MS^*)] \quad (7)$$

式中,  $8c_m = [(A_1)^T \ (A_1 5)^T \ \dots \ (A_1 5^{m-1})^T]^T I \ C^{mM_L \cdot p}$ . 无噪声前向/后向平滑时2空阵列数据矩阵定义为

$$X_S^{f,b} = [X_S^f \ X_S^b] = 8c_m [S, \dots, (L-1)S, ({}^{L-1}M_5^{-1}MS^*, \dots, ({}^{L-M_5^{-1}}M_5^{-1}MS^*)] = 8c_m S_c \quad (8)$$

当考虑噪声  $n_x$  时, 可得前向/后向平滑时2空数据矩阵

$$X^{f,b} = X_S^{f,b} + n_x^{f,b} = 8c_m S_c + n_x^{f,b} \quad (9)$$

式中  $n_x^{f,b}$  为噪声项, 其构成方式与  $X_S^{f,b}$  的相同. 为有效地将 JAFE 算法用于  $X^{f,b}$ , 必需具有以下两个特性:  $8c_m$  中的  $p$  个时2空阵列流形矢量必需具有扩展线性独立特性, 以及修正信号矩阵  $S_c$  必需具有满秩  $p$ . 由此可确定为保证  $p$  个信号的可分辨性, 子阵数  $L$ 、子阵阵元数  $M_L$  和  $m$  应满足的条件. 令  $d_f$  和  $d_H$  分别表示  $\{f_i\}$  和  $\{H_i\}$  中不同的频率数和波达角数,  $m_f$  表示  $\{f_i\}$  中最大的相同频率数,  $m_H$  表示  $\{H_i\}$  中最大的相同波达角数. 由文献[7]中的定理 1 可知, 为使矩阵  $S_c$  非奇异, 所需的最小子阵数  $L$  等于  $m_f/2$ , 再由文献[9]中的结论可知, 为使构成  $8c_m$  的  $p$  个时2空阵列流形矢量具有扩展线性独立性, 其充分条件为  $M_L E_{d_H+1}$  和  $m E_{m_H+1}$  (或  $M_L E_{m_f+1}$  和  $m E_{d_f+1}$ ). 由上可知, 为保证  $p$  个信号的可分辨性, 其充分条件为  $L E_{m_f/2}, M_L E_{d_H+1}$  和  $m E_{m_H+1}$  (或  $L E_{m_f/2}, M_L E_{m_f+1}$  和  $m E_{d_f+1}$ ).

显然, 当所有  $p$  个信号都相干(即  $m_f = p, d_f = 1$ )时, 为保证  $p$  个信号的可分辨性, 本文方法要求  $M E_{3p/2}$ , 而文献[5]中的时2空平滑数据矩阵法由于只利用了前向空间平滑, 故要求  $M E_{2p}$ . 因此, 本文方法提高了阵元的利用率, 从而提高了 JAFE 算法的估计性能.

3 仿真实验

为验证本文所提出方法的正确性和有效性, 我们进行了大量的计算机仿真实验, 将本文提出的前向/后向平滑方法与文献[5]的时2空平滑数据矩阵法进行比较. 在仿真实验中, 采用阵元数  $M = 6$  的均匀线阵, 相邻阵元的间距取为  $K_0/2$ , 数据模型(3)中  $N = 200, m = 2$ , 噪声为与信号独立的零均值高斯白噪声.

图 1 给出了 SNR = 15dB 时两种方法对四个窄带相干信号的估计结果. 其中四个信号的参数分别为:  $(f_1, H_1) = (100\text{MHz}, -15^\circ), (f_2, H_2) = (100\text{MHz}, 0^\circ), (f_3, H_3) = (100\text{MHz}, 2^\circ)$  和  $(f_4, H_4) = (100\text{MHz}, 45^\circ)$ , 本文前向/后向平滑方法的子阵数为  $L = 2$ , 而文献[5]中时2空平滑矩阵法的子阵数取为  $L = 3$ , 独立实验次数均为 10 次.

图 2 和图 3 给出了两种方法下两个窄带相干信号频率和方向估计均方根误差随信噪比的变化曲线. 其中两个相干信号参数分别为:  $(f_1, H) = (80\text{MHz}, 15^\circ)$  和  $(f_2, H_2) = (80\text{MHz},$

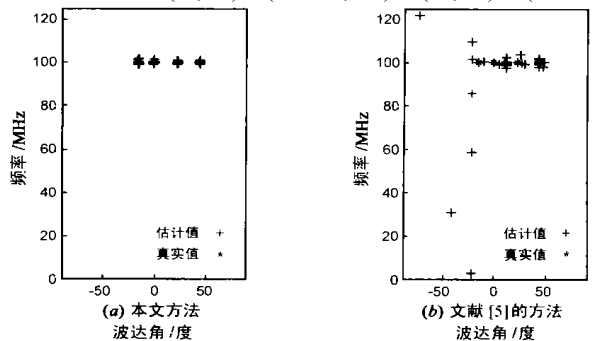


图 1 两种方法下四个相干源的频率和波达角

估计结果, SNR = 15dB

2b), 图 2 中两种方法的子阵数均取为  $L=2$ , 而图 3 中两种方法的子阵数均取为  $L=3$ . 图 4 给出了  $\text{SNR}=10\text{dB}$  和  $\text{SNR}=20\text{dB}$  时两种方法的频率和方向估计均方根误差随两相干信号之间夹角的变化曲线, 其中  $H_1=1\text{b}$  保持不变, 通过改变  $H_2$  来改变两信号之间的夹角, 且两种方法的子阵数均取为  $L=2$ . 图 2、图 3 和图 4 中各数据点均为 100 次独立实验的统计结果(注: 图 2、图 3 及图 4 只给出了一个信号源的估计结果, 另一个信号源的估计结果与此类似).

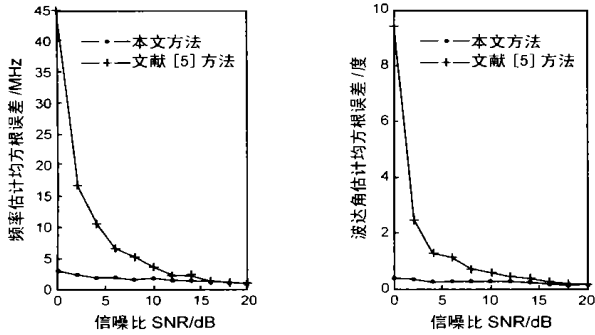


图 2 本文方法与文献[5]中方法估计性能的比较( $M=6, L=2$ )

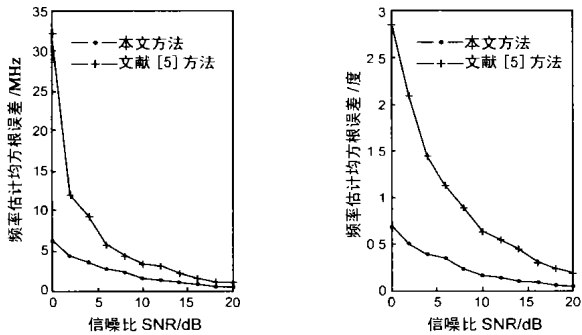


图 3 本文方法与文献[5]中方法估计性能的比较( $M=6, L=3$ )

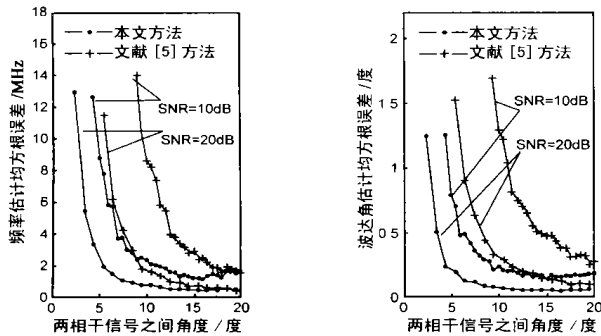


图 4 本文方法与文献[5]方法分辨率的比较

由图 1 可知, 本文方法能清晰地分辨四个相干信号, 而文献[5]的方法却不能, 从而说明本文方法提高了阵元的利用率, 增加了有效阵列口径. 图 2 和图 3 说明, 本文方法的估计性能明显优于文献[5]的方法, 不仅提高了估计精度, 而且在低信噪比时, 文献[5]方法的性能迅速变差, 而本文方法仍具有优良的性能, 表明本文方法的鲁棒性. 图 4 则说明分辨两个相干信号时, 本文方法的分辨率明显优于文献[5]中的方法.

## 4 结语

本文有效地将一维的前向/后向空间平滑技术扩展到二维的时空阵列数据矩阵中, 提出一种用于相干信号频率和波达角同时估计的新型预处理方法. 在详细分析如何构成前向/后向平滑的时空阵列数据矩阵以及确保信号波达角和频率参数可分辨应满足条件的基础上, 进行了大量的仿真实验. 仿真结果表明, 同现有的方法相比, 本文方法的估计性能明显提高, 所需的阵元数明显减少, 有效地增加了阵列的有效口径, 具有更高的分辨率和估计精度, 并在低信噪比时同样具有优良的性能.

## 参考文献:

- [1] J W C Robinson. Multiple invariance spatiotemporal spectral estimation[A]. Proc ICASSP99[C]. Phoenix, AZ, 1999. 2821- 2824.
- [2] M Viberg, P Stoica. A computationally efficient method for joint direction finding and frequency estimation in colored noise[A]. Conference Record of the ThirtySecond Asilomar Conference on Signals, Systems & Computers[C]. Pacific Grove, CA, 1998. 1547- 1551.
- [3] A N Lemma, A J van der Veen, E F Deprettere. Joint angle/frequency estimation using multiresolution ESPRIT[A]. Proc ICASSP[C]. Seattle, WA, 1998. 1957- 1960.
- [4] M D Zoltowski, C P Mathews. Realtime frequency and 2D angle estimation with subNyquist spatiotemporal sampling[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1994, 42(10): 2781- 2794.
- [5] A N Lemma, A J van der Veen, E F Deprettere. Analysis of ESPRIT based angle/frequency estimation[A]. Proc ICASSP[C]. Istanbul, Turkey, 2000. 3053- 3056.
- [6] 徐友根, 刘志文. 空间相干信号源频率和波达方向的同时估计[J]. 电子学报, 2001, 29(9): 1179- 1182.
- [7] R T Williams, S Prasad, A K Mahalanabis, L H Sibul. An improved spatial smoothing technique for bearing estimation in a multipath environment[J]. IEEE Trans, 1988, ASSP36(4): 425- 432.
- [8] S U Pillai, B H Kwon. Forward/backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification[J]. IEEE Trans 1989, ASSP37(1): 8- 15.
- [9] Y 2M Chen. On spatial smoothing for two dimensional directional arrival estimation of coherent signals[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1997, 45(7): 1689- 1696.

## 作者简介:



易辉跃 男, 1970 年 2 月生于湖南株洲, 1992 年 7 月在西安电子科技大学电子工程专业获学士学位, 1992 年 7 月至 2000 年 7 月在电子部 51 研究所从事目标检测与定位技术等研究工作, 2003 年 3 月在上海交通大学电磁场与微波技术专业获工学硕士学位. 现在上海交通大学电子工程系电磁场与微波技术专业攻读博士学位, 主要研究方向为阵列信号处理、智能天线、自适应信号处理、定位技术等.

周希朗 上海交通大学电子工程系教授、博士生导师, 目前主要从事电磁场与微波技术、智能信息处理与智能天线等方面的教学和科研工作.